9　電気素量の測定

ー ミリカンの電気素量の測定原理 ー

平行極板間に油滴を噴霧し，このとき帯電した油滴粒子の電界中での運動を測定することにより，電気素量ｅを求める。実験の原理は，有名なミリカンの歴史的実験に基づくものである。実験では，油滴は顕微鏡テレビ装置により大型モニターで観察し，運動の時間測定はコンピュータ計測を利用する。

【使用実験機器】ミリカン電気素量測定実験システム

§１ はじめに

電子の質量に対する電荷の比ｅ/mが決定されると，物理学者は，いろいろな方法で電子の電荷ｅそれ自身を測定しようと試みた。もし電子の電荷が決定されれば，電子の質量mは比電荷ｅ/mの値から計算できる。

アメリカの物理学者ミリカン(Robert.A.Millikan）は，J.J.TomsonやC.T.R.Wilsonの水滴に付着する電荷の研究をさらに発展させ，1907年，水滴を自然落下させる方法で，電子の電荷を測定する実験を始めた。そして，1909年には水滴で，1912年には油滴を用いて電気素量ｅを決定することに成功した[1]。ミリカンが求めた電気素量ｅの値は，

$$e = 1.592 \times 10^{-19}\,[C]$$

であり，現在の物理定数表による値は

$$e = 1.60217733 \times 10^{-19}\,[C]$$

である。（電気素量の測定に関する歴史については，文献[2]に詳しい記述がある。）

ここでは，このミリカンの油滴実験を，コンピュータの時間計測を利用して行う。

【参考】ミリカンは，光電効果の研究も行い，1916年には，光の振動数と電子のエネルギーの間の関係（アインシュアインの関係式）を検証し，プランク定数ｈの値を決定した。基本定数ｅとｈの決定に対して，ミリカンは1923年ノーベル物理学を受賞した。

§２ 電気素量の測定の原理

1　説明

帯電した粒子を平行極板間に入れ，電極板に電界を加えない場合の自由落下速度v_gを測定し，ストークスの法則により粒子の半径を求め，さらに，この粒子に上向き，下向きの電界をかけたときの上昇速度v_1と下降速度v_2により粒子の電荷を求める。

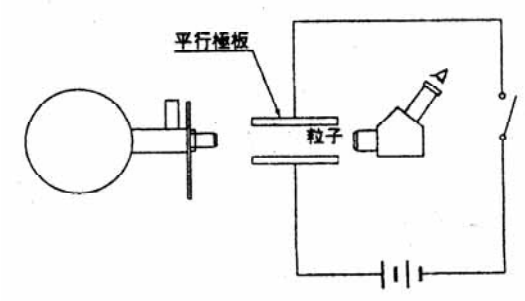
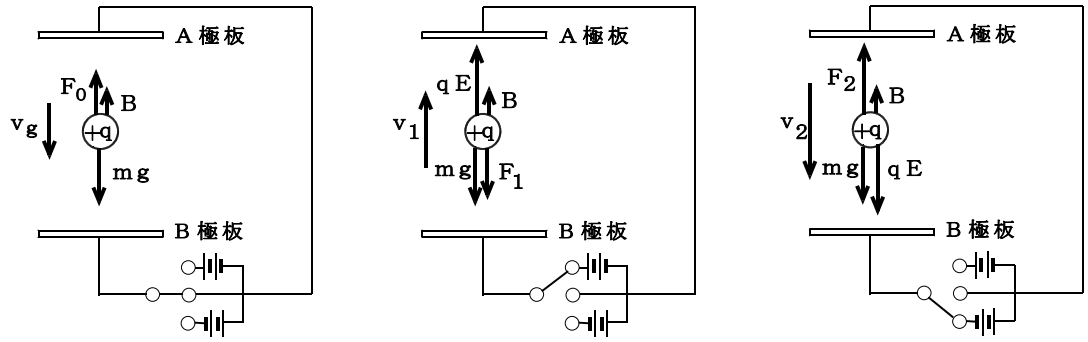


図１ 実験の原理図

①自由落下速度

A･B電極板間に電界がない場合，粒子は空気の粘性抵抗により，ただちに等速度で落下し続ける。空気の粘性抵抗はストークスの法則に



(a)電界がないとき(自由落下)　　(b)電界中の上昇運動　　(c)電界中の下降運動

図２ 帯電粒子の運動

より，

$$F_0 = 6\pi\eta r v_g \qquad \cdots (1)$$

ここで，v_gは自由落下速度，ηは空気の粘性率，rは粒子の半径である。

粒子に働く力は，浮力Ｂを考慮すると，図２(a)により，

$$F_0 - (mg - B) = 0 \qquad \cdots (2)$$

すなわち，

$$6\pi\eta r v_g - \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g = 0 \qquad \cdots (3)$$

ここで，ρおよびρ_0はそれぞれ粒子と空気の密度を表す。式(3)をrについて解くと，

$$r = \frac{3}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{\eta v_g}}{\sqrt{(\rho - \rho_0)g}} \qquad \cdots (4)$$

となり，自由落下速度v_gを測定することにより，粒子の半径rが求められる。

②上昇速度

次に，A･B電極板間に電界をかけて電界Ｅを作った場合，粒子は一定速度で上昇(または下降)する。粒子が上昇する場合，粒子の電荷をqとすると，粒子に働く力は，

$$qE - (mg - B) - F_1 = 0 \qquad \cdots (5)$$

となる(図２(b))。ここで，F_1は上昇粒子に対する空気の粘性抵抗で，上昇速度をv_1とすると，

$$F_1 = 6\pi\eta r v_1$$

である。式(3)を使ってqについて解くと，

$$q = \frac{mg - B + F_1}{E}$$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g + 6\pi\eta r v_1}{E}$$

$$= \frac{6\pi\eta r(v_g + v_1)}{E} \qquad \cdots (6)$$

と表すことができる。

③下降速度

今度は電界を逆にかけると，最初，速度v_1で上昇した粒子はv_2で下降する(図４(c))。このとき，粒子に働く力は，

$$F_2-(mg-B)-qE=0 \qquad \cdots (7)$$

となる。ここで，F_2は下降粒子に対する空気の粘性抵抗で，上昇速度をv_2とすると，

$$F_2=6\pi\eta r v_2$$

である。②の上昇速度の場合と同様にして，qについて解くと，

$$q=\frac{F_2-(mg-B)}{E}$$

$$=\frac{6\pi\eta r(v_2-v_g)}{E} \qquad \cdots (8)$$

と表せる。

④粒子の電荷

電界Eは，平行極板間の間隔dと極板にかける印加電圧Vにより，

$$E=\frac{V}{d} \qquad \cdots (9)$$

で表されので，粒子の電荷qは，自由落下速度v_g，電圧をかけたときの上昇速度v_1，または，逆の電圧をかけたときの下降速度v_2を測定することにより求めることができる。

あるいは，式(6)と式(8)よりv_gを消去して，

$$q=\frac{6\pi\eta r(v_1+v_2)}{2E}$$

$$=\frac{6\pi\eta rd(v_1+v_2)}{2V} \qquad \cdots (10)$$

により，自由落下速度v_gを測定して，式(4)よりｒを計算し，電圧をかけたときの上昇速度および下降速度v_1，v_2を測定し，式(10)より求めることもできる。

【備考】粒子密度　ラテックス球　$\rho=1.05\times10^3$[kg/m^3]

パラフィン油　$\rho=0.855\times10^3$[kg/m^3]

空気の密度　$\rho_0=1.21$[kg/m^3]

空気の粘性率　$\eta=1.81\times10^{-5}$[N･s/m^2]

使用機器の極板間距離　$d=5.0\times10^{-3}$[m]

重力加速度　$g=9.8$[m/s^2]

【参考】《ラッテクス球と油滴》

試料にはプラスチックでできたラテックス球と，パラフィン油やシリコン油などの油滴を用いる。ラテックス球は大きさが均等で，直径が正確にわかっており(直径10^{-6}m)，変形もしにくいので，測定値の信頼度は高いが，噴霧の際，帯電量が大きくなり過ぎ，素電荷を見いだすことは難しい。

一方，油滴は帯電量が少なく，ほとんど帯電していないか，素電荷のものが大部分である。従って，データを得るには油滴を用いた方がよいが，時間がかかることになる。

実験の効率を上げるためには，ミリカンが行ったように放射線(X線よりRa線源が実際的)をあてるか，静電除去器でイオンを吹き付け，適当に電荷を中和させたり帯電させたりする必要がある。一度スプレーで粒子を吹き込み，スプレーをはずして照射するより，噴霧と同時び横から照射する方が慣れると効率よく現れる[3]。

2 ミリカン電気素量測定器

＜外観および各部の名称と機能＞

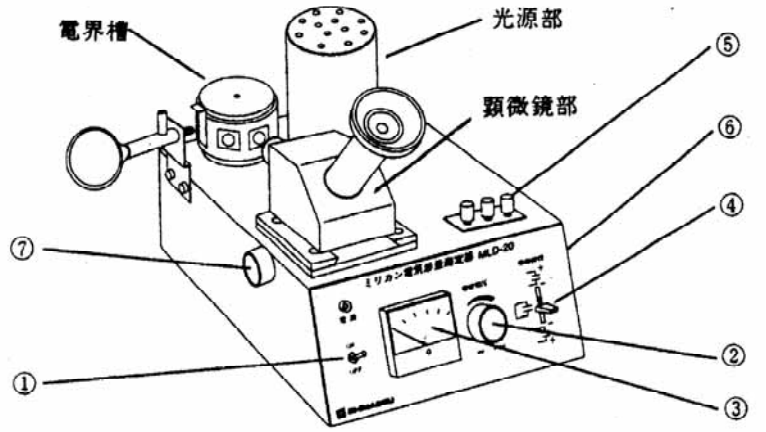


図３ 外観図

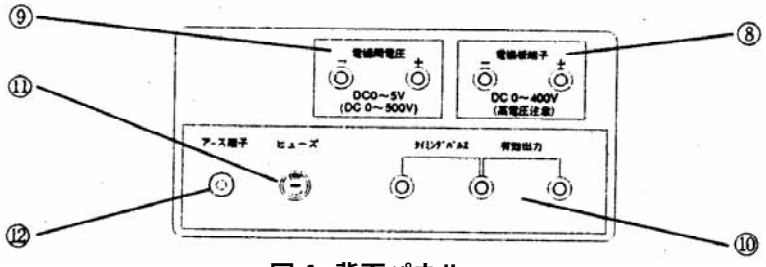


図４ 背面パネル

①電源スイッチ …… 本体の電源スイッチ
②極板間電圧調整ツマミ …… 電極板間の電圧を調整する
③極板間電圧メータ …… 電極板間の電圧を表示する
④電界極性切換レバースイッチ …… 電界の極性を切換える
⑤電界極性切換ボタンスイッチ（時間測定用）
…… 電界の極性を切換え，外部出力端子にタイミングパルスを発生する
⑥有効確認スイッチ …… 外部出力端子に，有効出力を発生する
⑦ピント調整ツマミ …… 顕微鏡のピントを調整する
⑧電極板端子（高電圧注意）…… 電極板に電圧を供給する
⑨外部測定用電圧端子（1/10）…… 電極板電圧を1/10にして出力する
⑩外部出力端子（時間測定・有効確認）…… タイミングパルス・有効出力を出力する
⑪フューズ……フューズを取り付ける
⑫アース端子…… 接地用端子

§３ 実験

1 実験装置および器具

・ミリカン電気素量測定器 MLD-20　・ﾃﾞｼﾞﾀﾙﾏﾙﾁﾒｰﾀｰ(印加電圧確認用)

・コンピュータ計測システム

ｺﾝﾋﾟｭｰﾀ(PC-98)，ｲﾝﾀｰﾌｪｲｽ MIOS-2，計測ｿﾌﾄ(MILLIKAN.EXE)

・顕微鏡テレビ装置，モニターテレビ

・油滴（ラッテクス球，パラフィン油）… p84【参考】を参照

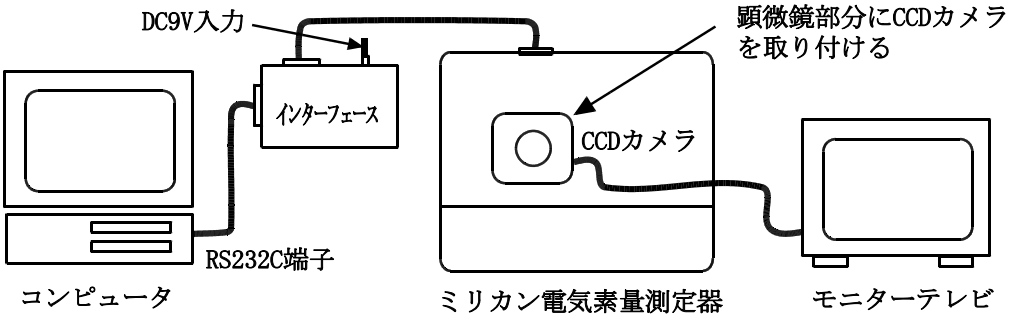


図５ 計測システムの構成

2 実験装置の配置と調整

① 実験装置を図５のように組み立てる。コンピュータの電源を入れ，計測システムを起動する。ＣＣＤカメラおよびモニターの電源を入れる。

② 本体の電源スイッチをＯＮにする。パイロットランプとともに，光源が点灯する。

③ ＯＨＰシート(90㎜間隔の平行線入り)を，モニターの上部にセロテープで固定する。

【注意】電界槽の1㎜の間隔が，モニター上では90㎜に映し出される。なお，モニターテレビの規格の違いで，必ずしも90㎜にはならないので，スケール（例：生物顕微鏡用のミクロメータをカッティングしたもの等）を用いて，何㎜ に拡大して見えるか，前もって調べておく必要がある。

④ 付属のスプレーの六角ナットをはずし，スプレー保持金具の穴にスプレーを取り付け，六角ナットで固定する。このとき，ノズル側面にある，液滴注入口が上になるようにする。

【注意】ラッテクス球を使用する場合は，粘性が低いため，注入口にノズルに付属しているピンを差し込み，１回の噴霧で使用する液量を制限する。スプレーは２個付属しているので，ラッテクス液用と油滴用とに区別して使用する。

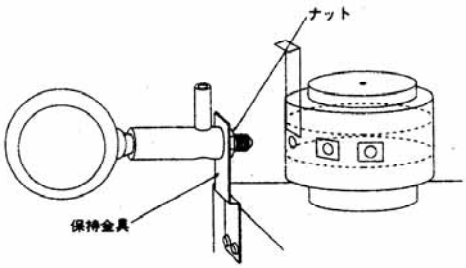


図６ スプレーの取付

⑤ スプレー取付板を，本体左側にある２個のネジを利用して，スプレーが動かないように固定する。液滴注入口に，ラテックス液，または，油滴を１～２滴たらし，電界槽左側面についている吹き込み口から粒子を吹き込む。

【注意】このとき，外気を遮断するためのシャッタ

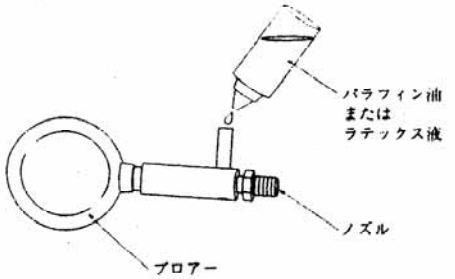


図７ スプレーの使い方

ーが上に引き上げられていることを確認しておく。

⑥ ゴム球を押し，電極槽内の粒子をモニターで観察する。ピントの調整は本体左側にあるピント調整ツマミで行う。

⑦ 極板間電圧を，マルチメーターで確認しながら設定する。電圧は 200～400Ｖ が適当である。

【備考】電界槽は図８のように構成されている。

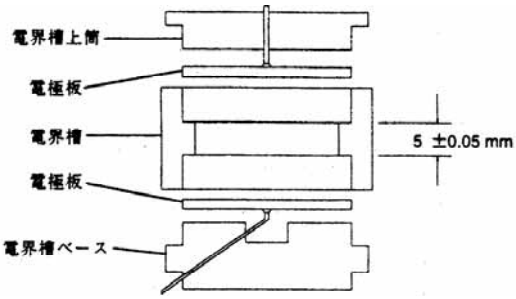


図８ 電界槽の構成図

3 実験の方法

ここでは，例えばパラフィン油を使用する。実験の方法は，次のようにする。

【1】油滴を発生させ，帯電している粒子を探す。

【2】同一の帯電している粒子について，1㎜の自由落下時間，電界をかけたときの上昇時間，下降時間を，コンピュータ計測システムで測定する。

【3】【1】【2】を繰り返しいくつかのデータを取って保存し，最後にそれらのデータを集計して，電気素量について分析する。

①コンピュータによる計測の準備

・コンピュータの初期設定画面で[初期設定]を行う。設定し終わったら[設定完了]を押す。

油滴の種類：パラフィン油

油滴の密度：855[kg/m^3]

印加電圧　(例)300[V]

＊その他の値は初期設定済み

・メニュー画面で[測定開始]を押して，測定画面に移る。

・測定画面上で[測定開始]を押し，測定の準備をする。

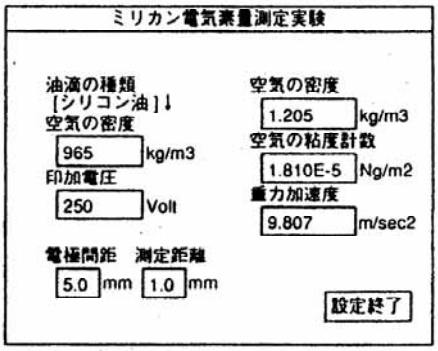


図９ コンピュータの初期設定画面

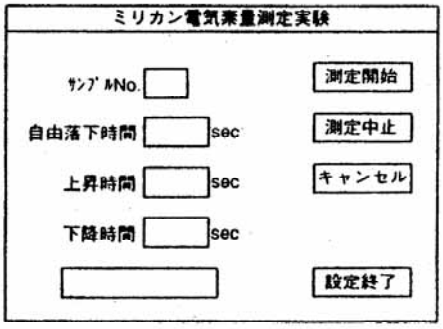


図10 コンピュータの測定画面

②油滴を発生させ，帯電している粒子を探す。

・測定器の全面パネルの「電界極性切替レバー」を上または下に倒して極板間に電界をかけ，自由落下より速く落下したり上昇する粒子を探す。(電界をかけたとき，帯電した粒子には，重力と同じ向きに速度が増すものと，逆向きに増すものとがほぼ同程度ある。つまり，正に帯電するものと負に帯電するものがほぼ同数存在すると考えられる。)

・このような粒子に対して，1㎜(モニター画面上では90㎜)あたりの自由落下時間が 20～100秒 程度のものを選ぶ。

【注意】見つけた粒子については，自由落下時間，上昇時間，下降時間を測定するので，測定が終わるまで見失わないようにする。

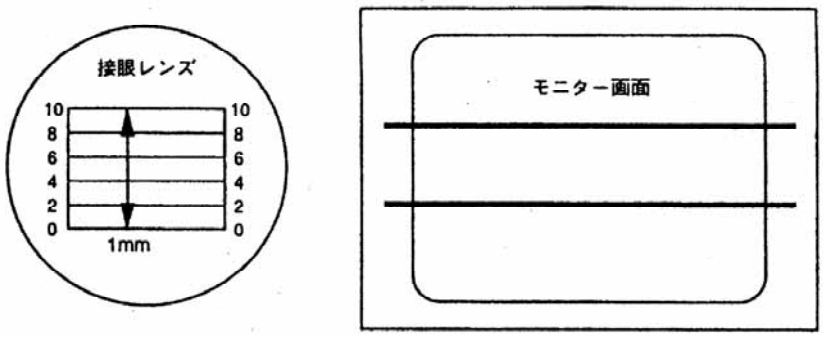


図11　電界槽内の1㎜とモニター画面

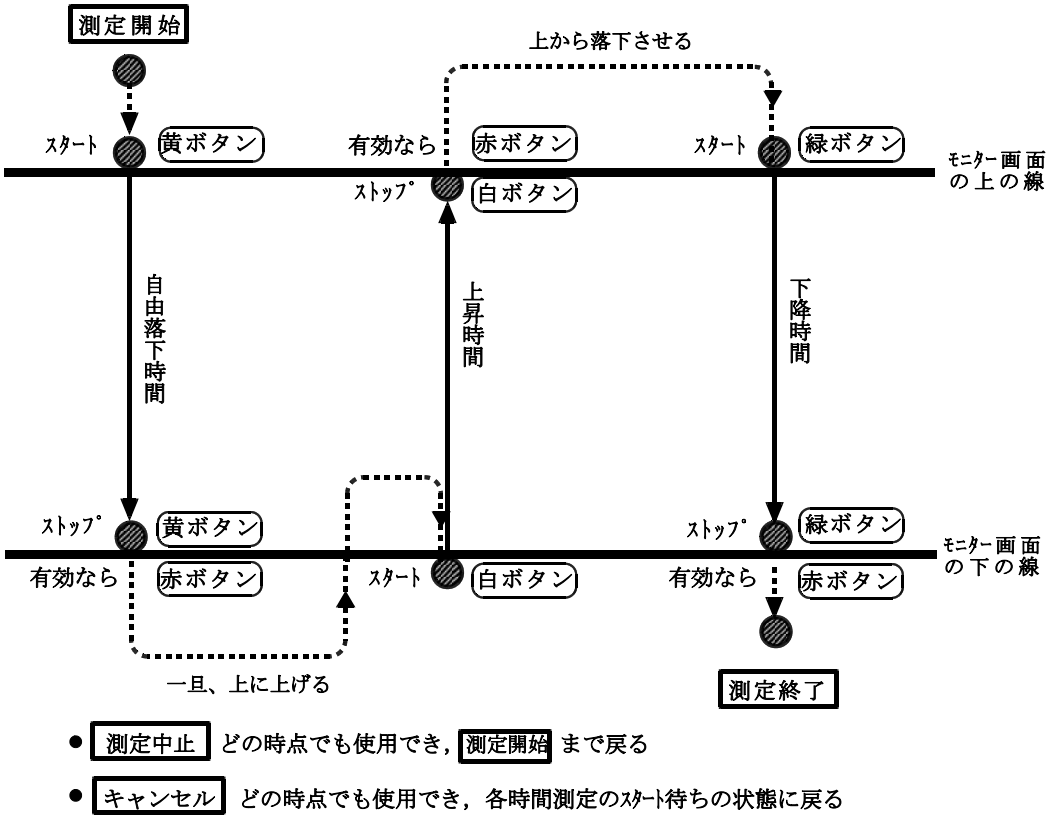


図12 自由落下時間，上昇時間，下降時間の測定

③見つけた粒子に対して，自由落下時間を測定する。

・測定する粒子をモニター画面上の上の線より少し上に上げ，測定器本体の上面にある「自由落下スイッチ(黄ボタン)」を押して計測をｽﾀｰﾄする。もう一度を押すと計測がｽﾄｯﾌﾟする。このとき，コンピュータの測定画面には，自由落下時間が表示されるので，有効ならば，測定器本体の側面にある「有効スイッチ(赤ボタン)」を押し，無効とする場合は，計測画面上の「キャンセル」を押す。

＊有効スイッチのボタンが確実に押されたことをモニター上で確認した後，次の操作に進むことが大切である。確実に押されていない場合はエラーが起こり，測定を最初からやり直すことになるため注意してほしい。

【注意】「キャンセル」を押すと，ｽﾀｰﾄ待ちの状態に戻る。

④同じ粒子に対して，次に電界をかけた時の上昇時間を測定する。

・「上昇スイッチ(白ボタン)」を押すと計測がｽﾀｰﾄし，もう一度押すと計測がｽﾄｯﾌﾟする。計測時間が有効ならば，「有効スイッチ(赤ボタン)」を押す。無効とする場合は，計測画面上の「キャンセル」を押す。

【注意】「上昇スイッチ」は自動的に電界槽にかかる電界のスイッチにもなっているので，「電界極性切替レバー」を押し続ける必要はない。

⑤最後に，同じ粒子に対して，電界をかけた時の下降時間を測定する。

・「下降スイッチ(緑ボタン)」を押すと計測がｽﾀｰﾄし，もう一度押すと計測がｽﾄｯﾌﾟする。計測時間が有効ならば，「有効スイッチ(赤ボタン)」を押す。無効とする場合は，計測画面上の「キャンセル」を押す。

【注意】「下降スイッチ」は自動的に上昇時と逆の電界のスイッチにもなっているので，「電界極性切替レバー」を押し続ける必要はない。

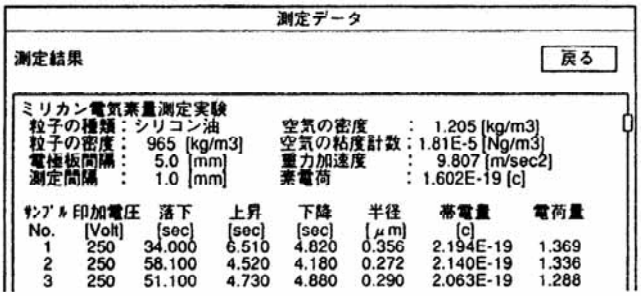
⑥一連の測定が終わったら，次の油滴について，②から⑤を繰り返し，自由落下時間，上昇時間，下降時間を測定する。

【注意】測定の途中で，目的の油滴を見失った場合には，計測画面上の「測定中止」を押すと，自由落下時間スタート待ちの状態まで戻る。

⑦油滴を適当な数だけ測定できたら，計測画面上の「測定終了」を押して，メニュー画面にもどる。

⑧メニュー画面上の「データ」を押すと，データ表示画面が表示され，測定した時間，計算した粒子半径・帯電量・電荷量が表示される。「戻る」を押すと，メニュー画面にもどる。

⑨データを保存するためには，メニュー画面上の「保存」を押す。データにファイル名(半角８文字以内)を付けて保存する。


測定データ

測定結果　戻る

ミリカン電気素量測定実験

粒子の種類	: シリコン油	空気の密度	: 1.205 [kg/m3]
粒子の密度	: 965 [kg/m3]	空気の粘度計数	: 1.81E-5 [Ng/m3]
電極板間隔	: 5.0 [mm]	重力加速度	: 9.807 [m/sec2]
測定間隔	: 1.0 [mm]	素電荷	: 1.602E-19 [c]

ｻﾝﾌﾟﾙ No.	印加電圧 [Volt]	落下 [sec]	上昇 [sec]	下降 [sec]	半径 [μm]	帯電量 [c]	電荷量
1	250	34.000	6.510	4.820	0.356	2.194E-19	1.369
2	250	58.100	4.520	4.180	0.272	2.140E-19	1.336
3	250	51.100	4.730	4.880	0.290	2.063E-19	1.288

図13 コンピュータのデータ表示画面

【注意】ファイル名には拡張子（.DAT）も付けること。

⑩プログラムを終了するときは，「終了」を押す。

【測定器の保守】実験終了後の測定器のメインテナンスとして次のことを行っておくとよい。

①油滴噴霧用スプレーのノズルがつまらないように，油滴注入口から極細のニクロム線等で通しておく。

②ラテックス球は実験終了後，冷蔵庫にて保管する。

③電界槽内は実験終了後，アルコールで洗浄しておく。

§４ 実験結果と分析

・計測データをもとに，汎用表計算ソフトを用いて，一覧表示，グラフ表示を行う。
次ページに，測定例を示す。

ミリカン電子素量測定実験

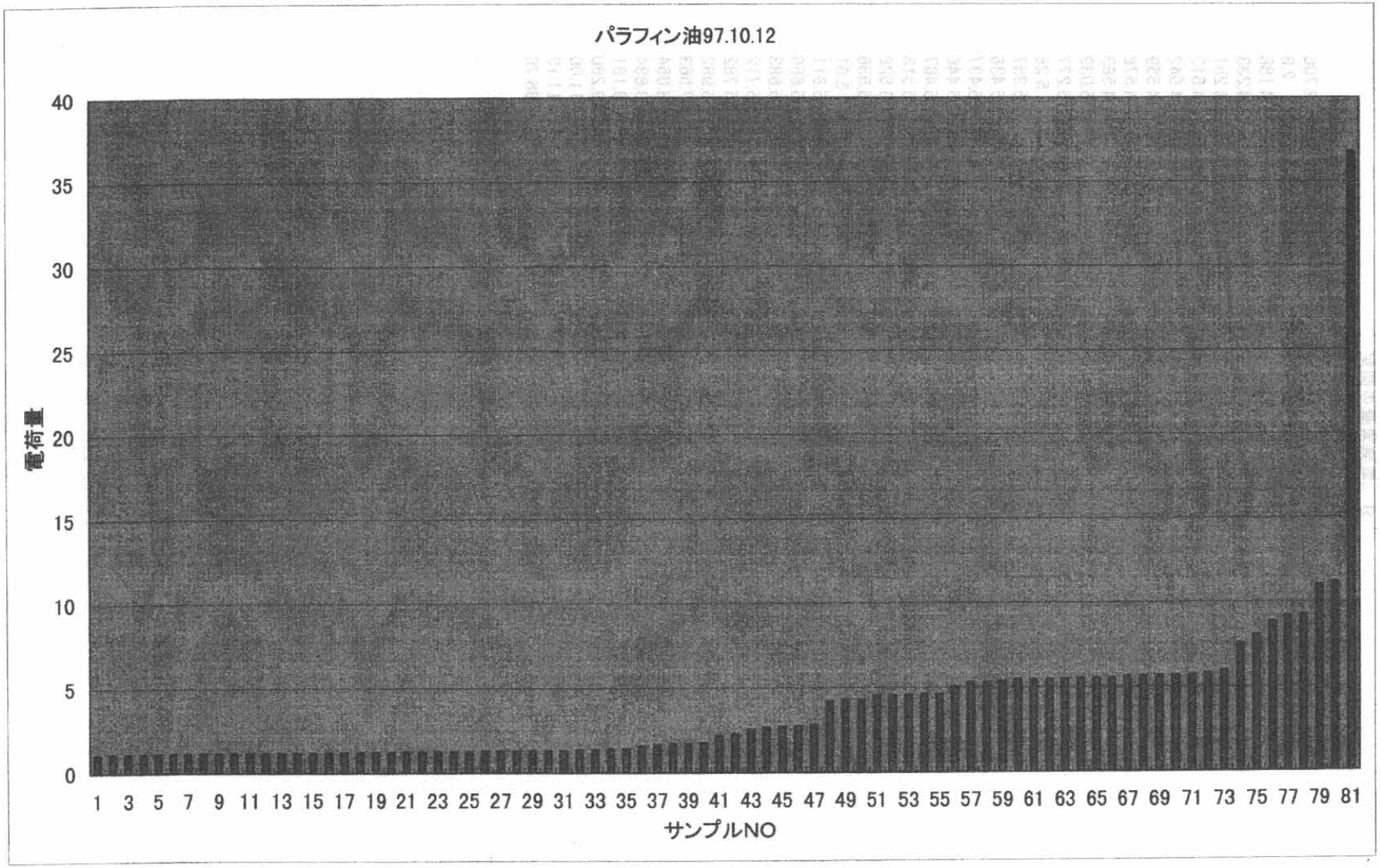
ミリカン電気素量測定実験

1997/10/12　　17:10

粒子の種類:　パラフィン油
粒子の密度:　855 [kg/m3]
電極板間隔:　5 [mm]
測定間隔:　1 [mm]
空気の密度:　1.205 [kg/m3]
空気の粘性率:　1.81E-05 [Ng/m2]
重力加速度:　9.807 [m/sec2]
素電荷:　1.60E-19 [c]

ｻﾝﾌﾟﾙNo.	印加電圧 [Volt]	落下時間 [sec]	上昇時間 [sec]	下降時間 [sec]	球半径 [μm]	帯電量 [c]	電荷量
1	300	93.6	12.64	9.63	0.322	1.68E-19	1.046
2	300	130.2	9.33	8.24	0.273	1.78E-19	1.108
3	300	124.4	9.3	8.56	0.28	1.78E-19	1.113
4	300	87.4	11.98	9.55	0.334	1.79E-19	1.114
5	300	131.3	9.52	7.93	0.272	1.79E-19	1.116
6	300	127.3	9.32	7.98	0.276	1.83E-19	1.141
7	300	58.8	15.76	10.5	0.407	1.84E-19	1.145
8	300	118.2	9.69	8.2	0.287	1.84E-19	1.146
9	300	57.1	16.52	10.33	0.413	1.85E-19	1.152
10	300	58.6	16.48	10.05	0.407	1.86E-19	1.158
11	300	111.2	9.94	8.24	0.296	1.87E-19	1.165
12	300	110.1	9.79	8.42	0.297	1.87E-19	1.165
13	300	107.8	9.71	8.63	0.3	1.87E-19	1.166
14	300	114.2	9.69	8.19	0.292	1.87E-19	1.166
15	300	110.8	9.9	8.21	0.296	1.88E-19	1.171
16	300	79.1	11.3	9.62	0.351	1.92E-19	1.197
17	300	109.8	9.72	8.04	0.298	1.92E-19	1.200
18	300	109.2	9.61	8.16	0.298	1.92E-19	1.200
19	300	79.9	12.03	8.84	0.349	1.95E-19	1.215
20	300	54.2	15.6	10.2	0.424	1.95E-19	1.219
21	300	53.6	16.44	9.93	0.426	1.96E-19	1.221
22	300	50.9	16.05	10.3	0.437	1.98E-19	1.236
23	300	50.6	17.01	9.91	0.438	1.99E-19	1.242
24	300	51.9	16	10.03	0.433	2.00E-19	1.246
25	300	53.2	15.77	9.84	0.428	2.01E-19	1.252
26	300	109.5	8.63	8.12	0.298	2.03E-19	1.264
27	300	99.7	9.35	8.2	0.312	2.03E-19	1.268
28	300	101	9.54	7.81	0.31	2.06E-19	1.282
29	300	69.3	12.04	9.03	0.375	2.06E-19	1.288
30	300	71.6	11.55	9.01	0.369	2.07E-19	1.292
31	300	48.9	15.6	10.02	0.446	2.08E-19	1.297
32	300	47.6	15.6	9.9	0.452	2.12E-19	1.324
33	300	97.3	9.09	7.64	0.316	2.17E-19	1.351
34	300	134.3	7.07	6.48	0.269	2.26E-19	1.412
35	300	112.7	8.08	6.68	0.294	2.28E-19	1.425
36	300	52.4	11.84	8.19	0.431	2.53E-19	1.579
37	300	51.3	11.57	7.91	0.435	2.64E-19	1.644
38	300	49.9	11.56	7.85	0.442	2.69E-19	1.676
39	300	49.8	11.24	7.93	0.442	2.70E-19	1.686
40	300	46.4	11.29	7.82	0.458	2.82E-19	1.758
41	300	213	3.62	3.45	0.214	3.44E-19	2.147
42	300	190.5	3.6	3.45	0.226	3.65E-19	2.276
43	300	153.8	3.68	3.45	0.251	4.02E-19	2.506
44	300	30	10.2	6.11	0.569	4.24E-19	2.644
45	300	29.6	10.47	5.94	0.573	4.30E-19	2.684

46	300	28.2	10.54	6.06	0.587	4.34E-19	2.708
47	300	27.5	9.97	6.06	0.595	4.49E-19	2.8
48	300	68.7	3.39	3.01	0.376	6.71E-19	4.188
49	300	68.2	3.28	3.06	0.378	6.78E-19	4.233
50	300	64.9	3.4	3.08	0.387	6.81E-19	4.251
51	300	60.8	3.33	2.98	0.4	7.23E-19	4.513
52	300	58.6	3.43	2.97	0.407	7.28E-19	4.542
53	300	58.1	3.31	3.07	0.409	7.30E-19	4.559
54	300	58.4	3.31	3.03	0.408	7.34E-19	4.578
55	300	60.5	3.23	2.99	0.401	7.34E-19	4.583
56	300	79.7	2.62	2.32	0.349	8.07E-19	5.039
57	300	73.5	2.54	2.36	0.364	8.46E-19	5.277
58	300	74.3	2.58	2.3	0.362	8.46E-19	5.28
59	300	73.1	2.51	2.33	0.365	8.58E-19	5.357
60	300	68.6	2.59	2.34	0.377	8.71E-19	5.436
61	300	69.7	2.5	2.38	0.374	8.71E-19	5.437
62	300	70.4	2.5	2.35	0.372	8.73E-19	5.446
63	300	70.3	2.44	2.39	0.372	8.76E-19	5.467
64	300	70.2	2.49	2.31	0.372	8.83E-19	5.513
65	300	62.3	2.63	2.45	0.395	8.86E-19	5.528
66	300	67.1	2.6	2.3	0.381	8.87E-19	5.536
67	300	67.7	2.47	2.33	0.379	8.99E-19	5.61
68	300	66.1	2.58	2.29	0.384	8.99E-19	5.611
69	300	62.1	2.52	2.44	0.396	9.08E-19	5.666
70	300	62.3	2.61	2.34	0.395	9.11E-19	5.683
71	300	65.6	2.47	2.32	0.385	9.15E-19	5.712
72	300	63	2.5	2.33	0.393	9.26E-19	5.782
73	300	58.5	2.57	2.3	0.408	9.55E-19	5.962
74	300	54	2.029	1.956	0.424	1.21E-18	7.563
75	300	47.3	2.04	1.954	0.453	1.29E-18	8.064
76	300	49	1.849	1.735	0.446	1.42E-18	8.834
77	300	44.3	1.899	1.739	0.469	1.47E-18	9.161
78	300	45.5	1.869	1.685	0.462	1.48E-18	9.260
79	300	44.2	1.54	1.488	0.469	1.76E-18	11.00
80	300	42	1.607	1.455	0.481	1.79E-18	11.19
81	300	97.3	10	0.155	0.316	5.89E-18	36.76


パラフィン油97.10.12
40
35
30
25
20
15
10
5
0
電荷量
1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49 51 53 55 57 59 61 63 65 67 69 71 73 75 77 79 81
サンプルNO

<考察>

(1)油滴が帯電する理由

・油滴をスプレーで空気中に噴霧すると，噴出したときの摩擦によって帯電する。

(2)グラフの結果からわかること

・グラフの結果から，電荷がとびとびの値しかとらないこと，つまり量子化されていることがわかる。すなわち，この値の中の最小値が，電荷の最小単位である電気素量であると推定できる。

(3)測定の誤差

・測定値については，最小値すなわち電気素量は，根気強く行えば，かなりいい値が多数得られるはずである。しかし，±１０%程度の誤差は覚悟しなければならない。このことから，ｑ（電気量）の大きい粒子で測定すると測定値からのずれが大きくなる。さらに，ｍ（質量）の大きな粒子を用いると，ｑ＝ｅのときに上昇しないことがある。

＊生徒実験では，操作が未熟なために起こる系統的な誤差も考えられる。
しかしながら，この測定値は，人類が得た重要な知的成果であることを実感させるという点で，生徒実験はかなり有意義なものとなり，生徒へのインパクトも強い。

【参考文献】

[1] 物理学辞典（1984，培風館）
[2] ステイーブン・ワインバーグ著「電子と原子核の発見」（1995，日経サイエンス社）
[3]「ミリカン電気素量測定実験システム」取扱説明書（島津理化器械(株)）
[4] 物理実験ハンドブック（講談社）
[5] プロジェクト物理５“ 原子のモデル ”（コロナ社）